بسم الله الرحمن الرحيم

كلية التربية
المجلة التربوية
***

مستويات التفكير الهندسي في الاقترانات المثلثية (جاس، جتاس، ظاس) لدى طلبة الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية

إعداد
د. زياد محمد النمراوي
قسم معلم الصف
جامعة الزيتونة الأردنية

DOI: 10.12816/EDUSOHAG. 2020

المجلة التربوية ـ العدد الرابع والسبعون ـ يونيو ٢٠٢٠م
Print:(ISSN 1687-2649) Online:(ISSN 2536-9091)

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى تقصي مستويات التفكير الهندسي في موضوع الاقترانات المثلثية لدى طلبة الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية. تكونت عينة الدراسة من (١٧٥) طالبا وطالبة من طلبة قسم الرياضيات في جامعة الزيتونة موزعين على السنوات الدراسية الأربعة. ولتحقيق أهداف الدراسة قام الباحث ببناء اختبار متعلق بمفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة (جاس، جتاس، ظاس)، وبني هذا الاختبار وفق المستويات الأربعة الأولى لنظرية " فان هيل".

أوضحت نتائج الدراسة إلى وجود اختلاف ذي دلالة إحصائية في أداء الطلبة المعلمين باختلاف مفهوم الاقتران المثلثي، إذ تبين أن أداء الطلبة على مفهوم (جاس) كان أفضل من أدائهم على مفهومي (جتاس و ظاس).كما أشارت النتائج إلى وجود اختلاف ذي دلالة إحصائية باختلاف مستوى السنة الدراسية وكان هذا الاختلاف لصالح طلبة السنة الرابعة مقابل السنوات الأخرى، ولصالح طلبة السنة الثالثة مقابل أداء طلبة السنة الأولى والثانية.وأخيرا أوضحت النتائج الى أن أداء الطلبة على الاختبار كان لصالح مستويات التفكير الهندسي الدنيا مقابل مستويات التفكير الهندسي العليا. وقد أوصت الدراسة بضرورة مراعاة المنظور الهندسي خلال تدريس موضوع الاقترانات المثلثية وعدم الاقتصار على المنظور الجبري فقط. وضرورة الإفادة من نظرية فان هيل في تطوير تعلم الطلبة للمواضيع الهندسية على المستويين الجامعي والمدرسي. وأخيرا أوصت الدراسة بأهمية إعطاء دور أكبر لكليات العلوم التربوية في إعداد معلمي الرياضيات وعدم اقتصار ذلك على الكليات العلمية كما هو الحال في الأردن حاليا.

الكلمات المفتاحية: نظرية فان هيل، معلمو الرياضيات.

Levels of Understanding of Trigonometric Functions (Sine, Cosine, Tangent) by Mathematics Students at Al-Zaytoonah University of Jordan

Dr. Ziad Mohammad Nemrawi
Classroom Teacher
Al-Zaytoonah University of Jordan

Abstract

This study aims at investigating levels of geometric thinking with regards to trigonometric functions by mathematics students at Al-Zaytoonah University of Jordan. The sample of study consisted of 175 math students at Al-Zaytoonah University from the four undergraduate levels of study. For the purpose of the study a test was constructed dealing with the three trigonometric functions (sine, cosine and tan). This study has been formulated to measure levels of trigonometric understanding as described by Van Hiele:

The results of the study have shown that there is a statistically significant difference in the performance of student-teachers, depending on different understanding of trigonometric functions. Thus the results show that the student performance regarding (sin) was superior to (cosine and tan). The results of the study also showed there are statistically significant differences related to year of study, giving fourth year students an advantage over the other three years, and giving third year students an advantage over the first year and second year students. Finally the results of overall performance favored lower level geometric thinking as opposed to higher level thinking. The study has recommended taking into consideration geometric understanding and not limiting itself to Algebraic understanding. It also recommended making use of Van Hale theory of developing student learning of geometric concepts at the school and university levels. Finally, the study has recommended allocating a larger role to faculties of education in preparing math teachers, and not limiting this function to science schools, as is the case now.

Keywords: Van Hiele’s theory, mathematics teachers

المقدمة والخلفية النظرية:

تعد الهندسة فرعا من فروع الرياضيات وأحد مكوناتها الأساسية، وهي تساعد الطلبة على فهم العالم المحيط بهم وتنمي لديهم الحس المكاني، وتطور من عملية إدراكهم لخصائص الأشكال والاجسام المادية في واقع حياتهم اليومية. وقد أكدت الوثائق العالمية الصادرة من المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) على أهمية تطوير تعلم الطلبة للهندسة، من خلال تنمية مقدرتهم على تصنيف الأشكال الهندسية، وتحليل سماتها، وإدراك الروابط والعلاقات المتبادلة بين هذه الأشكال (NCTM,2000, P.61). وحظي موضوع الهندسة باهتمام واسع من قبل مطوري المناهج، من خلال تركيزهم على تفعيل مهارات التقصي لدى الطلبة خلال دراستهم للمواضيع الهندسية، وتحفيزهم على استخدام التمثيلات البصرية كأداة فاعلة في استكشاف وتحليل الخصائص المميزة للأشكال الهندسية (نمراوي، ٢٠١٤).

يشير الأدب التربوي إلى أهمية دراسة الطلبة لموضوع الهندسة في المرحلتين المدرسية والجامعية، وأشار الباحثون والمختصون إلى عدد من المسوغات والمبررات التي تدعم ذلك، فقد أشار باتيستا (Battista,2007) الى أن الموضوعات الهندسية تظهر في أغلب ألأماكن والمواقف الحياتية المحيطة بحياة الناس اليومية، بينما أكد ديجارنتي (Dejarnette,2018) أن الهندسة تعتبر متطلبا مهما للمساقات الرياضية والعلمية المتقدمة في المرحلة الجامعية، وأوضح منج وسام (Meng & Sam, 2013) أن الهندسة تسهم في تطوير الحس الجمالي لدى الأفراد، وتساعدهم على ٱستشعار وتذوق فنون العمارة التي تظهر جلية في أغلب المدن العالمية. ولا يقتصر الأمر عند ذلك إذ بين النمراوي(٢٠١٤) أن الهندسة ترتبط بعلم الفيزياء ولها تطبيقات فلكية متعلقة بحركة الكواكب والنجوم.

وتبعا لذلك انشغل العديد من الباحثين التربويين في البحث عن أليات لتطوير تعليم الهندسة وتعلمها. ومن أشهر الباحثين في هذا الشأن " فان هيل" (van Hiele) فهو يرى أن اغلب الصعوبات التي يواجهها الطلبة خلال تعلمهم للهندسة تعود الى عرض المعلمين للمفاهيم الهندسية بطريقة لا تناسب قدرات طلبتهم العقلية، مثل عرضهم موضوعات هندسية في مستوى تفكيري أعلى من المستوى الفعلي لطلبتهم، مما يجعل عملية التدريس غير فعالة، ويولد عند الطلبة الشك في قدرتهم على التعلم، وقد يؤدي ذلك الى نمو ٱتجاهات سلبية نحو

تعلم الهندسة(Van Hiel,1999) . إن هذه الأسباب دفعت " فان هيل " للتعمق بدراسة المشكلات والصعوبات التي يعاني منها الطلبة خلال تعلمهم للهندسة، وأمضى عقودا يبحث في هذا الأمر، إلى أن اقترح نموذجا لتعليم وتعلم الهندسة يتكون من خمسة مستويات متتابعة تمثل التدرج في تطور التفكير الهندسي لدى المتعلمين. وقد لاقى هذا الإنجاز إهتماما كبيرا من قبل الباحثين والتربويين، وتمت ترجمة أعمال " فان هيل" من الهولندية الى الإنجليزية في أواخر الثمانينيات (١٩٨٧م)، حيث قام الباحثون في شتى أنجاء العالم بتجريب هذا النموذج واختبار مدى فاعليته. وبذلك ارتبط آسم هذا الرجل في مادة الهندسة وكيفية تدريسها. وتبعا لما سبق فإن هذه الدراسة تعمل على تسليط الضوء على مستويات التفكير الهندسي لدى طلبة الرياضيات في موضوع هام هو الاقترانات المثلثية

(جاس، جتاس، ظاس) وغالبا ما يعاني الطلبة من صعوبات في تعلمه (Dejarnette, 2018; Demir, 2012; Weper, 2005).

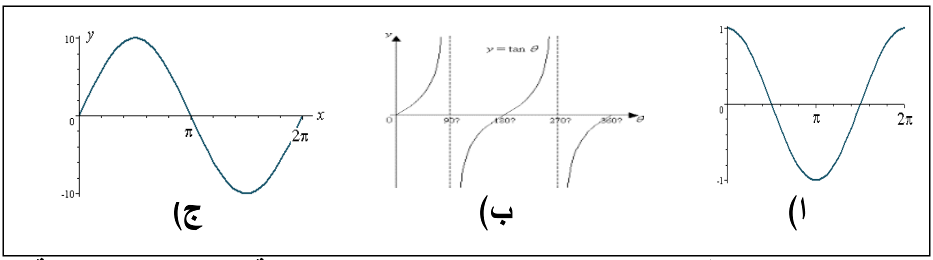
إن الاقترانات المثلثية تدرس لطلبة المدارس في المرحلة الأساسية ثم تدرس بشكل أعمق في المرحلة الثانوية. ففي بداية المرحلة الأساسية يتم التركيز على معالجة هذا الموضوع من خلال عرضه على شكل نسب عددية بالاعتماد على(المثلث القائم)، وفي نهاية المرحلة الاساسية يتم عرضه باستخدام (دائرة الوحدة) ثم في المرحلة الثانوية يتم عرضه من خلال (الرسم البياني). ويعد موضوع الاقترانات المثلثية من الركائز الأساسية للطلبة في المرحلة الجامعية (Dejarnette, 2018)، فهذا الموضوع يظهر في كثير من المساقات الجامعية

(التفاضل والتكامل، المعادلات التفاضلية العادية والجزئية، التطبيقات الرياضية...الخ). ويبقى السؤال الكبير في هذا الشأن متعلقا بمدى امتلاك طلبة الرياضيات في المستوى الجامعي لمستويات التفكير الهندسي في موضوع الاقترانات المثلثية، ولعل هذه المستويات تسهل عليهم تعلم المساقات الرياضية المختلفة، وتؤهلهم لان يكونوا معلمين محترفين مستقبلا. ومن هنا ارتأى الباحث الخوض في هذه ٱلمشكلة البحثية، من خلال البحث بموضوع الاقترانات المثلثية وفق نموذج فان هيل بحيث يتم التركيز على التفكير الهندسي في – الاقترانات المثلثية – بعيدا عن العمليات الجبرية والحسابية التي تتمحور حولها أغلب الطرق التقليدية (Marchi, 2012).

وفيما يلي وصف لكل مستوى من مستويات " فان هيل" في موضوع الاقترانات المثلثية؛ اذ تم توضيح سمات التفكير للطلبة في كل مستوى، وكذلك العمليات العقلية التي يستطيعون ممارستها.

١. مستوى الإدراك: يتسم الطلبة في هذا المستوى بقدرتهم على ملاحظة الشكل الهندسي وتسميته، دون إدراك لخواصه، وهم قادرون على تمييز الشكل الهندسي من بين مجموعة من الأشكال التي تبدو مشابهة له من خلال مظهره العام، دون إدراك ووعي بخصائص الشكل. فالمظهر يغلب غلى تفكير الطلبة في هذا المستوى (Patsiomitou& Emvalotis,2010).

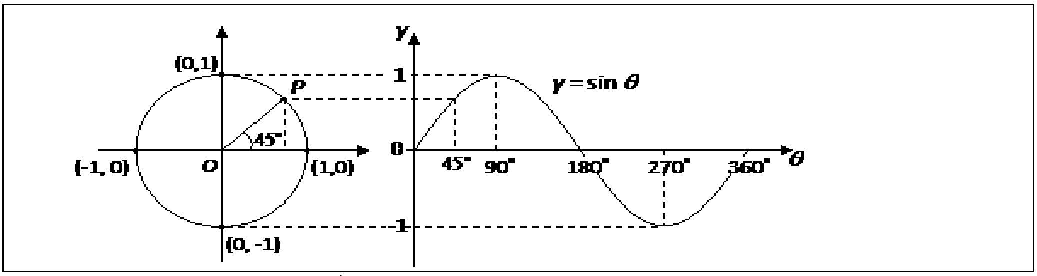
فمثلا: الٱقتران المثلثي (جاس) الذي معادلته (y= sinx) يستطيع الطلبة تمييزه عن غيره من منحنيات الاقترانات المثلثية وتسميته من خلال شكله العام. ففي الشكل(١) يستطيع الطلبة تحديد أن الرسمة (ج) تمثل اقتران (y=sinx) ولكنهم لا يستطيعون التحدث عن خصائصه.



الشكل(١): يحدد الطالب منحنى (y=sinx) من بين من مجموعة من الاشكال الهندسية

٢. مستوى التحليل: يتسم الطلبة في هذا المستوى بقدرتهم على ملاحظة وتحديد خواص الشكل الهندسي دون ربطها مع بعضها بعضا، سواء على مستوى خواص الشكل الواحد، أو خواص الاشكال المختلفة. وهم في هذا المستوى قادرون على ٱستخدام اللغة الشفوية للتعبير عن الخصائص. ان هذه الخصائص التي تكون غير ظاهرة لطلبة المستوى السابق تصبح هي أساس التفكير لطلبة هذا المستوى؛ إذ يتطور تفكيرهم في هذا المستوى بالتركيز على الخصائص بدلا من التركيز على المظهر(نمراوي، ٢٠١٤).

فمثلا: عند حديثهم عن منحنى ٱقتران جاس (y=sinx) الذي يظهر في الشكل رقم(٢) يكون التركيز على الخصائص.



(الشكل(٢): يمثل منحنى (y= sin x) ودائرة الوحدة

إذ يستطيع الطلبة من خلال منحنى جاس أو دائرة الوحدة تحديد كل مما يلي:

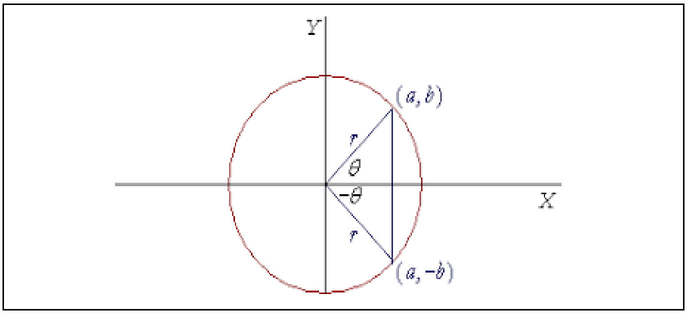
- نقاط التقاطع مع محور السينات (the zeroes of y= sinx)
- المقطع الصادي (y– intercept)
- الدورة لمنحنى جاس(the period)
- السعة لمنحنى جاس(amplitude)
- القيم العظمى والصغرى للمنحنى(maximum and minimum values)

وفي هذا المستوى يستطيع الطلبة أيضا وصف الخصائص والتعبير عنها شفويا، إذ يكون بمقدورهم تحديد أن (جاس) تمثل الاحداثي الصادي للنقطة (x, y) التي تتحرك على دائرة الوحدة ، وهم قادرون على تحديد أصفار الإقتران (جاس) بالزوايا ($0°$ ، $180°$ ، $360°$). ويستطيعون التعبير عن مفهوم الدورة (period) لمنحنى (جاس) بانها مقدار الدوران مرة واحدة حول دائرة الوحدة وتساوي ($360°$) . ويحدد الطلبة أن أكبر قيمة للاقتران (جاس) هي (١) بينما أصغر قيمة هي (–١) ، وهكذا يستمرون بوصف خصائص منحنى (جاس). ومع أن الطلبة في هذا المستوى يكونون قادرين على تحديد خصائص كل من

(جاس وجتاس و ظاس) ، إلا أنهم يفشلون في ربط هذه الخصائص مع بعضها للشكل الواحد، ويفشلون أيضا في ملاحظة العلاقات والترابطات بين هذه الأشكال، مثل انها جميعا تمثل اقترانات مثلثية.

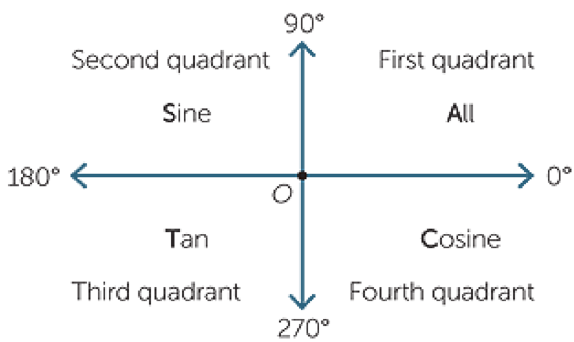
٣. مستوى الترتيب (المستوى شبه الاستدلالي): يتضمن هذا المستوى قدرة الطلبة على إيجاد العلاقات بين خواص الشكل الواحد، وإدراك العلاقات بين المفاهيم الهندسية المختلفة. إن هذه العلاقات التي تكون غير واضحة لطلبة المستوى السابق، تصبح هي محور تفكير طلبة هذا المستوى (خصاونة،٢٠٠٧؛ حسن، ٢٠١٥ ,Meng & Sam :2013).

فمثلا بالاعتماد على الشكل رقم (٣) الذي يمثل دائرة الوحدة يستطيع طلبة هذا المستوي



الشكل(٣): دائرة الوحدة لتفسير خصائص جاس

توضيح أن اقتران (جاس) يمثل اقترنا فردي odd $(\sin(-\theta) = -\sin\theta)$ function من خلال قيامهم بربط جاس بالإحداثي الصادي (y) الذي يكون موجبا في الربع الاول(b + =y) بينما يكون سالبا في الربع الرابع (b − =y)، وبطبيعة الحال يستطيع الطلبة تفسير وتوضيح خصائص الأشكال للاقترانات المثلثية من خلال ربط المفاهيم والخصائص مع بعضها البعض. فمثلا يستطيع طلبة هذا المستوى تفسير إشارة الاقترانات المثلثية وفق الربع الذي تقع فيه والشكل (٤) يوضح ذلك.

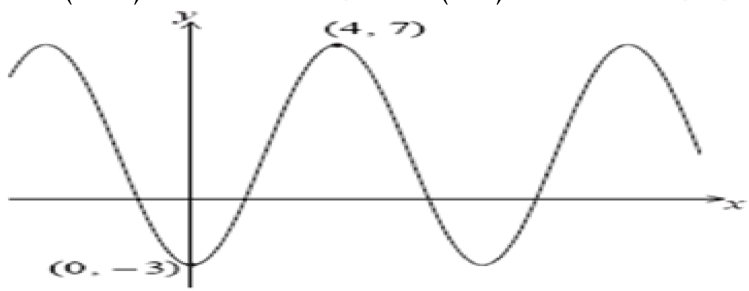


الشكل(٤): يوضح إشارة الاقترانات المثلثية في الاربع أرباع

وهنا يستطيع الطلبة من تبرير أن جميع الاقترانات المثلثية موجبة في الربع الأول، بينما إشارة (جاس) تكون موجبة في الربع الثاني، و(ظاس) موجبا في الثالث، و (جتاس) تكون موجبة في الربع الرابع. ويستندون في ذلك على حجج منطقية ترتبط بإحداثيات النقطة (x , y) وإشارة كل منهما وفق محور السينات ومحور الصادات.

٤. المستوى الاستدلالي: يتحدد هذا المستوى بمقدرة الطلبة على بناء البراهين المنطقية وٱستخلاص نتائج من خواص ومعطيات محددة. إذ يستطيع طلبة هذا المستوى تمييز المفروض والمطلوب معتمدين على الشكل الهندسي (فمثلا: اذا كان منحنى الٱقتران ($y = p \cos qx + r$) والممثل قي الشكل (٥) له نقطة صغرى عند (3 − , 0) ونقطة عظمى عند (7 ,4) والمطلوب حساب قيمة (p , q , r)، فأن حل هذه المسألة يتطلب مقدرة الطلبة على استخدام التفكير الاستدلالي والإفادة من المعلومات المعطاة، ثم ٱستخلاص الأفكار من الرسم الهندسي لتكوين منظومة فكرية منطقية تساعدهم في تحديد قيم المجاهيل المطلوبة في السؤال)

14, is shown below. There is a ≤ The graph of $y = p \cos qx + r$, for $-5 \le x$ minimum point at $(0, -3)$ and a maximum point at $(4, 7)$. Find value of p, q, r



الشكل(٥): يمثل محنى الاقران ($y = p \cos qx + r$) والمطلوب حساب(p , q , r)

٥. المستوى التجريدي: يرتبط هذا المستوى بالقدرة على فهم أصول العلاقات لبناء المسلمات والنظريات الهندسية وفق براهين عالية الدقة، وهو في الغالب مرتبط بعلماء الرياضيات وسوف تقتصر هذه الدراسة على المستويات الاربعة الأولى.

يلاحظ من خلال ٱلتقديم السابق أن مستويات(فان هيل) هرمية، وما يكون غامضا في مستوى، يصبح أكثر وضوحا في ٱلمستوى الذي يليه. وأن ٱلانتقال من مستوى تفكير هندسي إلى مستوى أعلى منه يتطلب من ٱلمعلم أن يكون على معرفة عميقة بنظرية(فان هيل)؛ من شأن ذلك أن يقدم ٱلخبرات ٱلتعليمية ٱلمناسبة لقدرات طلبته في كل مستوى، مما يسهل عليهم ٱلوصول للمستويات الأعلى (Meng &Sam,2013؛ نمراوي،٢٠١٤). وتبعا لذلك فإن ٱلتعليم وآلية تقديمه يجب أن ينطلق من مستوى ٱلتفكير الذي يمتلكه ٱلمتعلم، بحيث يتم مراعاة ٱلتسلسل ٱلمعرفي عند الطلبة، ومراعاة ٱلطبيعة ٱلهرمية لمستويات (فان

هيل) ٱلتي حرص عليها ٱلعديد من ٱلباحثين ٱلمهتمين بهذا ٱلشأن (Aydin & Halat, 2009 ; Wang & Kinzel,2014).

ومن خلال تقصي الباحث للأدب التربوي فقد لاحظ أن نظرية فان هيل طبقت على كثير من المواضيع الرياضية، إلا أن موضوع الإقترنات المثلثية لم يتم دراسته بحثيا من خلال نظرية فان هيل، ويؤكد ذلك عدم تمكن الباحث من العثور على أي دراسة عالمية أو عربية ربطت بين الاقترانات المثلثية ونظرية فان هيل. بينما عثر الباحث على دراسات تناولت الصعوبات التي يعاني منها الطلبة في تعلم موضوع الاقترانات المثلثية مثل دراسة منساه (Mensah, 2017) التي بحثت بالصعوبات والاخطاء التي تواجه الطلبة خلال تعلمهم الاقترانات المثلثية. وتوصل الباحث الى تعدد أنوع الاخطاء عند الطلبة فبعضهم لا يدرك المعني المفاهيمي للإقتران المثلثي، والبعض الآخر يفتقد للمهارات الإجرائية والحسابية، إما ٱلصعوبات ٱلكبرى ٱلتي واجهها أغلب الطلبة تمثلت بعدم قدرتهم على حل مسائل تطبيقية متعلقة بالاقترانات المثلثية. بينما قام دجارنتي (Dejarnette,2014) بتقصي مدى تطور فهم طلبة المرحلة الثانوية للإقترانات المثلثية في ضوء استحدام منهجية التعلم بالأزواج المدعم بالحاسوب . وقد تبين أن الحوار والتفاوض بين أزواج الطلبة خلال عملهم على الحاسوب التعليمي طور من فهمهم للإقترانات المثلثية، وجعلهم يرغبون في تحدي الأفكار والمسائل الرياضية الصعبة. ولمحاولة تقليل الصعوبات التي يعاني منها الطلبة في تعلم الاقترانات المثلثية قام دمير (Demir,2012) بدراسة أثر نموذج تدريسي في تحسين تعلم الطلبة لإقتراني (جاس ، جتاس) اعتمد فيه على الربط بين المثلث القائم ودائرة الوحدة ثم الرسم البياني، وقد دلت النتائج على تحسن في مقدرة الطلبة على ربط المفاهيم مع بعضها، و في مقدرتهم على تفسير خصائص الاقترانات المثلثية مستندين على الحجج المنطقية.

وفي دراسة مشابهة قام مرجي (Marchi,2012) بتقصي أثر منحى التمثيلات المتعددة لمفهوم (جاس) من خلال عرضه جبريا وهندسيا وكلاميا، وتوصل الباحث أن الطلبة أصبحوا أكثر دراية بالمعاني والخصائص المرتبطة بمفهوم (جاس)، وهذا جاء مغاير لنتائج الدراسات التي اكدت على وجود صعوبات مفاهيمية غالبا ما يعاني منها الطلبة خلال تعلمهم موضوع الاقترانات المثلثية (Gur, 2009 ; Orhun , 2015;Weber, 2005; Hussayni & Usman,2007)، وتبعا لذلك فإن استخدام اسلوب التدريس الفعال

وتغيير النمط التقليدي يؤدي بالضرورة الى تسهيل تعلم الطلبة لمفاهيم الاقترانات المثلثية. وفي جانب الدراسات التي بحثت بنظرية فان هيل بشكل عام، فهي متعددة وكثيرة نذكر منها دراسة روبرتس (Roberts,1996) التي هدفت الى تقصي مستويات التفكير الهندسي عند الطلبة المعلمين وكانت النتائج لصالح المستويات الأدنى مقابل المستويات الأعلى. بينما توصل ماسون (Mason, 1997) إلى أن مستويات التفكير الهندسي لدى الطلبة المعلمين تختلف باختلاف المفهوم الهندسي، وفي جانب أخر توصل النمراوي (٢٠١٤) إلى أن مستويات التفكير الهندسي لدى الطلبة المعلمين تختلف باختلاف السنة الدراسية ولصالح طلبة السنوات العليا. وأخيرا قام أيدن وهالات (Aydin & Halat,2009) بتقصي العديد من الدراسات المتعلقة بنظرية فان هيل مثل : (Duatepe,2000; Knight,2006; Wang & Kinzel,2014) وكان القاسم المشترك بين هذه الدراسات أن (الطلبة المعلمين) معلمي الرياضيات قبل الخدمة غالبيتهم صنفوا في المستوى الرابع وأدنى منه، وقام (أيدن وهالات) بتفسير ذلك وفق عوامل عديدة منها : عدم امتلاك معلمي الرياضيات للمعرفة الكافية بنظرية (فان هيل)، وقلة عدد المواد الهندسية التي يدرسها الطلبة المعلمين خلال دراستهم الجامعية من جهة، وعدم إرتباط هذه المساقات مع المحتوى الرياضي الهندسي الذي يدرس لطلبة المدارس من جهة أخرى. وعطفا على ماسبق فأن تدريس الاقترانات المثلثية يتطلب أسلوبا حديثا ونهجا جديدا، وتبعا لذلك جاءت هذه الدراسة لعلها تسهم في حل بعض من الإشكاليات التي تواجه الطلبة في تعلم موضوع الاقترانات المثلثية على المستويين المدرسي والجامعي.

مشكلة الدراسة:

يواجه الكثير من طلبة (المدارس) مشكلات حقيقية في تعلم موضوع الاقترانات المثلثية، وكذلك يفتقد طلبة الرياضيات في المرحلة الجامعية للمعارف وللمهارات الأساسية التي تمكنهم من ٱستخدام الاقترانات المثلية بفاعلية خلال دراستهم للمساقات الرياضية المتقدمة. وقد تناولت العديد من الدراسات الأسباب المتعلقة بالصعوبات في تعليم الاقترانات المثلثية وتعلمها (Dmir.2012 ; Marchi,2012 ; Weber, 2005; Dejarnette.2014). ومن هذه الاسباب التركيز على البعد الجبري في تدريسها وتجاهل البعد الهندسي، ومن ثم ٱستخدام ٱستراتيجيات التدريس التي لا تراعي ٱحتياجات سوى فئة قليلة من الطلبة، ويتم تجاهل حاجات الغالبية المتبقية.

ومن خلال التأمل في الدراسات العديدة التي تناولت مستويات (فان هيل) فأن أغلبها كان على المستوى المدرسي، وهناك ندرة حقيقية في الدراسات التي تناولت هذا الموضوع عند الطلبة المتخصصين في الرياضيات على المستوى الجامعي. وقد يكون السبب وراء ذلك عدم وجود تواصل بين الأساتذة المتخصصين في الرياضيات من الكليات العلمية، والباحثين المتخصصين بمناهج الرياضيات وطرق تدريسها من الكليات التربوية. وللمساهمة في حل هذه الإشكالية سمحت هذه الدراسة بتبادل الأفكار والخبرات بين التربويين والرياضيين ولعل ذلك يسهم في الإفادة من نظرية(فان هيل) في تطوير وتحسين عملية تدريس الرياضيات على المستوى الجامعي.

تبدو اشكالية الدراسة أكثر وضوحا في نظام التعليم الأردني، ويعود ذلك الى أن معلمي الرياضيات يتخرجون من الكليات العلمية في الجامعات الأردنية وهم لا يمتلكون المعارف الاساسية المرتبطة بأساليب التدريس ، وذلك لأن أقسام الرياضيات في الكليات العلمية هي الجهة الوحيدة التي ترفد المدارس بمعلمي الرياضيات. بينما لا يوجد دور حقيقي لكليات التربية في إعداد معلمي الرياضيات، وعليه فإن أغلبية معلمي الرياضيات يجهلون الية تطور التفكير الهندسي عند طلبتهم مما يشكل عائقا كبيرا في تعلم طلبتهم. وعليه فان تطبيق هذه الدراسة على طلبة الرياضيات(معلمو المستقبل) يسهم بتطوير قدرتهم على تدريس الرياضيات عند مزاولتهم مهنة التدريس بعد تخرجهم، ويدفعهم ذلك الى مراعاة مستويات التفكير الهندسي عند طلبتهم مما يحسن من عملية تعليم الرياضيات وتعلمها.

وتبعا لما سبق جاءت هذه الدراسة بهدف تقصي مستويات التفكير الهندسي في موضوع الاقترانات المثلثية (جاس، جتاس، ظاس) عند طلبة قسم الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية.

وبالتحديد حاولت هذه الدراسة الإجابة عن الاسئلة التالية:

1. **هل يختلف أداء طلبة الرياضيات على اختبار مستويات التفكير الهندسي بٱختلاف ٱلٱقتران المثلثي (جاس، جتاس، ظاس) ؟**
2. **هل يختلف أداء طلبة الرياضيات على اختبار مستويات التفكير الهندسي بٱختلاف مستوى السنة الدراسية (أولى، ثانية، ثالثة، رابعة)؟**
3. **هل يختلف أداء طلبة الرياضيات على اختبار مستويات التفكير الهندسي بٱختلاف مستوى التفكير الهندسي (إدراكي، تحليلي، ترتيبي، إستدلالي)؟**

فرضيات ٱلدراسة

1. **لا يوجد فروق ذات دلالة احصائية ($0.05 = \square$) بين متوسطات أداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير الهندسي تعزى الى ٱلٱقتران المثلثي.**
2. **لا يوجد فروق ذات دلالة احصائية ($0.05 = \square$) بين متوسطات أداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير الهندسي تعزى الى مستوى السنة الدراسية.**
3. **لا يوجد فروق ذات دلالة احصائية ($0.05 = \square$) بين متوسطات أداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير الهندسي تعزى الى مستوى التفكير الهندسي.**

أهمية ٱلدراسة:

تتضح أهمية هذه الدراسة من تناولها لموضوع الاقترانات المثلثية والبحث فيه من منظور هندسي من خلال ربطه بنظرية (فان هيل)، ويعد ذلك من الأعمال البحثية النادرة على المستوى العربي والعالمي في حدود علم الباحث.

عدا ذلك تعد الاقترانات المثلثية من الركائز الاساسية لتعلم المواضيع الرياضية المختلفة، فهي تدخل في أغلب التطبيقات العملية الحياتية، وتظهر في أغلب المساقات الجامعية، ويعتبر هذا الموضوع هو الرافعة التي يتمكن من خلالها الطلبة تعلم الرياضيات وفهمها بشكل ملائم (Dejarnette, 2018).

ويؤمل أن تسهم هذه الدراسة في لفت انتباه ٱلمسؤولين وأصحاب القرار في الاردن الى ضرورة إعادة النظر بدور كليات التربية ومنحها دورا أساسيا في اعداد المعلمين بالاشتراك مع الكليات العلمية، اذ تبين من خلال مشاهدات الباحث الميدانية وبالاستئناس بآراء الزملاء من كليات التربية أن معلمي الرياضيات الذين يتخرجون من الاقسام العلمية

يفتقرون لمهارات التدريس الأساسية مما يجعلهم غير مؤهلين لممارسة مهنة التدريس مستقبلا.

ومن المرجو أن تسهم هذه الدراسة في تقديم نموذج عملي لكيفية الإفادة من نظرية (فان هيل) في تطوير تدريس الرياضيات وعلى النحو التالي:

١. الإفادة من نظرية (فان هيل) في تدريس الاقترانات المثلثية من منظور هندسي وٱلٱبتعاد عن الطريقة التقليدية التي تركز على المنظور الجبري المجرد.

٢. إطلاع أساتذة الرياضيات في المستوى الجامعي على نظرية (فان هيل)، بحيث تساعدهم على مراعاة مستويات التفكير الهندسي لدى طلبتهم خلال تدريسهم المواضيع الهندسية.

٣. تزويد معلمي الرياضيات في المدارس بأفكار وتصورات حول الية تطبيق نظرية (فان هيل)، من شأن ذلك أن يساعدهم على تخطي الصعوبات التي تواجههم خلال تدريسهم المواضيع الهندسة لطلبتهم.

التعريفات الإجرائية:

مستويات التفكير الهندسي: تمثل مراحل في تعلم الهندسة يتقدم الطلبة عبرها بتسلسل هرمي، وتضمنت هذه الدراسة المستويات الأربعة الأولى من مستويات (فان هيل) وهي: الإدراكي، والتحليلي، والترتيبي، وٱلٱستدلالي.

ولأغراض تصنيف الطلبة على هذه المستويات فقد تم تعريفها اجرائيا كما يلي:

١. مستوى الإدراك: يتحدد بمقدرة الطالب على ملاحظة وتسمية الشكل الهندسي (ٱلٱقتران المثلثي) من خلال مظهره العام دون ادراك لخواصه.

٢. مستوى التحليل: يتمثل بمقدرة الطالب على تحديد ووصف خواص الشكل الهندسي (ٱلٱقتران المثلثي) دون ربطها مع بعضها البعض.

٣. مستوى الترتيب(شبه الاستدلالي): يتمثل بمقدرة الطالب على ايجاد علاقات بين خواص الشكل الواحد والاشكال المختلفة للاقترانات المثلثية.

٤ – مستوى ٱلٱستدلال: يتحدد هذا المستوى بمقدرة الطلبة على بناء البراهين المنطقية واستخلاص نتائج من خواص ومعطيات محددة. اذ يستطيع طلبة هذا المستوى تمييز المفروض والمطلوب معتمدين على الشكل الهندسي.

السنة الدراسية: يشير الى احدى السنوات الدراسية الأربعة التي يقضيها الطالب في الجامعة: السنة الأولى، الثانية، الثالثة، الرابعة.

الاداء على اختبار مستويات التفكير الهندسي: يتحدد بالعلامة الكلية التي يحصل عليها الطالب بعد اجابته على أسئلة ٱلٱختبار، والذي يقيس المستويات الأربعة الأولى من مستويات (فان هيل) وهي : الإدراك، والتحليل، والترتيب، وٱلٱستدلال.

محددات الدراسة:

إن تعميم نتائج هذه الدراسة مرتبط بالمحددات التالية:

١- أجريت هذه الدراسة في جامعة الزيتونة الأردنية، واقتصرت على جميع طلبة قسم الرياضيات المسجلين الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ٢٠١٨/ ٢٠١٩

٢- اقتصرت الدراسة الحالية على المستويات الأربعة الأولى من مستويات (فان هيل) للتفكير الهندسي.

٣- تعتمد نتائج هذه الدراسة على مدى صدق وثبات الأداة المتمثلة بٱلٱختبار الذي تم بناؤه وتطويره من قبل الباحث.

الطريقة والاجراءات

مجتمع الدراسة وعينتها:

تكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة قسم الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية المسجلين الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ٢٠١٨/ ٢٠١٩ . والبالغ عددهم (١٧٧) طالبا وطالبة، واعتمد مجتمع الدراسة ليمثل عينة الدراسة. اما الذين تقدموا للاختبار فقد بلغ عددهم (١٧٥) وأعتذر طالبان اثنان عن المشاركة بالدراسة. ويعود السبب لاختيار طلبة الرياضيات في جامعة الزيتونة الى أن الباحث يعمل عضو هيئة تدريس في هذه الجامعة مما سهل إجراء وتنفيذ هذه الدراسة. ويوضح الجدول رقم(١) طلبة عينة الدراسة موزعين حسب السنة الدراسية.

الجدول(١)
عينة الدراسة موزعة حسب السنة الدراسية

السنة الدراسية	العدد
سنة أولى	٤٥
سنة ثانية	٤٣
سنة ثالثة	٤٤
سنة رابعة	٤٣
المجموع	١٧٥

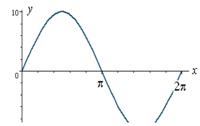
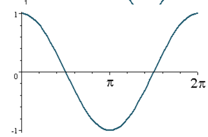
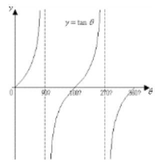
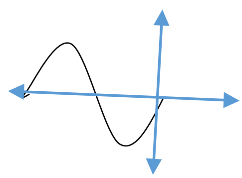
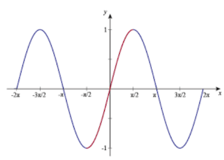
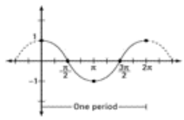
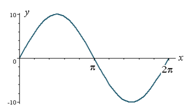
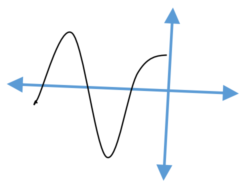
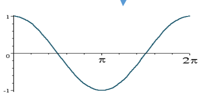
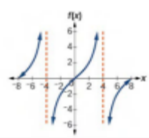
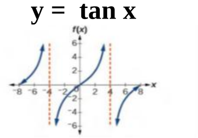
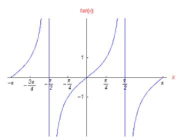
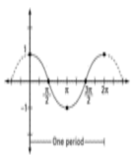
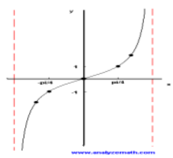
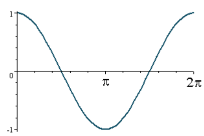
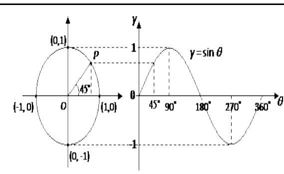
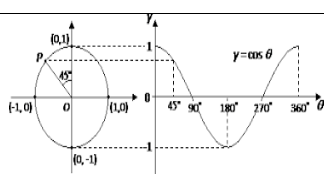
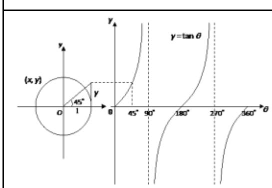
أداة الدراسة:

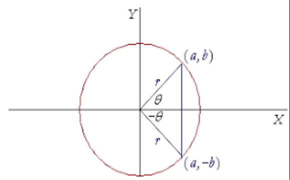
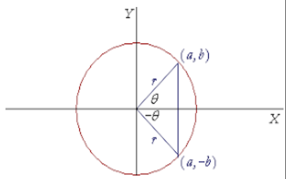
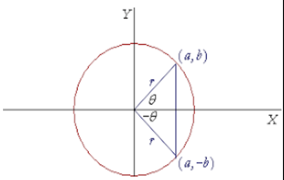
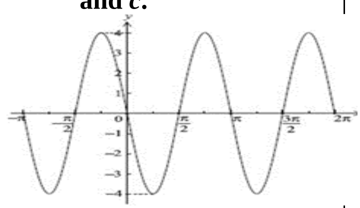
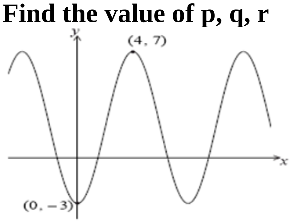
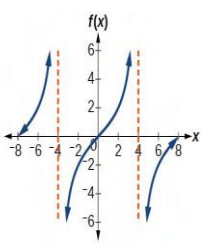
من أجل تحقيق أهداف الدراسة وللكشف عن مستويات التفكير الهندسي لدى عينة الدراسة، قام الباحث ببناء ٱختبار مستويات التفكير الهندسي المرتبط بالاقترانات المثلثية، وتم ذلك بعد مراجعة الادب النظري والبحثي الذي تمثل بأعمال (فان هيل وزوجته)، وما تلاهما من أعمال ودراسات عربية وعالمية مثل دراسة النمراوي(٢٠١٤)، وحسن(٢٠١٥)، والخصاونة(٢٠٠٧)، والتميمي(٢٠٠٧) كذلك دراسة (Aydin & Halat,2010)، ودراسة (Wang & Kinzel,2014) ودراسة (Knight,2006) ومن ثم قام الباحث بٱلٱستعانة بعدد من أساتذة الرياضيات في المستوى الجامعي، وأجريت عملية تحليل محتوى لمفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة الداخلة في الدراسة، وتم تحديد نتاجات التعلم المرجوة من تدريسها. وعطفا على كل ما سبق فقد تكون ٱلٱختبار في صورته النهائية من((١٢) سؤالا، وتكون كل سؤال من ثلاث فقرات، وبذلك وصل عدد فقرات ٱلٱختبار (٣٦) فقرة توزعت وبشكل متساوٍ على مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة (جاس، جتاس، ظاس). وبواقع أربعة أسئلة (١٢فقرة) لكل مفهوم، وغطت أسئلة ٱلٱختبار المستويات الأربعة الأولى من مستويات (فان هيل) وبواقع ثلاث أسئلة(٩ فقرات) لكل مستوى. والجدول رقم (٢) يوضح ٱلآلية التي تم فيها توزيع فقرات ٱلٱختبار على مفاهيم الاقترانات ٱلمثلثية، وعلى مستويات التفكير الهندسية الأربعة.وقد أعطيت كل فقرة (علامة) للإجابة الصحيحة، و(صفرا) إذا كانت الإجابة خاطئة، إذ تم اعتماد (٧٠%) كمحك لٱعتبار الإجابة صحيحة، وبذلك كانت العلامة الكلية للاختبار (٣٦). وتجدر الاشارة الى أن طلبة الرياضيات عينة الدراسة جميعهم درسوا الاقترانات المثلثية في المنهاج المدرسي، وتابعوا دراستهم لهذا الموضوع بشكل مباشر أوغير مباشر من خلال دراستهم لمواد الرياضيات في المستوى الجامعي وقد روعي كل ذلك خلال بناء الاختبار وتطويرهِ. وتم كتابة

ألآختبار باللغة الانجليزية والمبرر وراء ذلك أن عينة الدراسة(طلبة قسم الرياضيات) يدرسون الرياضيات باللغة الانجليزية أنظر الجدول(٢)

الجدول(٢)

أسئلة الاختبار موزعة حسب الإقتران المثلثي وحسب مستويات التفكير الهندسية الاربعة

	مفهوم جاس (sin x)	مفهوم جتاس(cos x)	مفهوم ظاس (tan x)
مستوى الادراك	entify the graph of y = sin x     	Identify the graph of y = cos x     	Identify the graph of y = tan x     
مستوى التحليل	 The graph above is shown aunit circle and graph of y= sin Ø .determine Ø d) The max and min of y= sin Ø e) The period f) The amplitude	 The graph of y= cos Ø is shown above. Identify: a) The max and min of y = cos Ø b) The period. c) The amplitude	 The graph of y= tan Ø is shown above. Identify: a) The period b) X- intercept c) Vertical

	مفهوم جاس (sin x)	مفهوم جتاس(cos x)	مفهوم ظاس (tan x)
			asymptote
مستوى الترتيب	**Use unite circle to explaine** **a) Sin(-x) = - sin(x) (odd fun)** **b) Sin(ת – x) = sin(x)** **c) Sin(23) > sin(64** 	**Use unite circle to explaine** **a) Cos (-x) = cos(x) (even fun).** **b) Cos(ת – x) = - cos (x)** **c) Cos(220) = - cos**  **(30)**	**Use unite circle to explaine** **a) tan (- x) = - tan(x) (odd fun).** **b) tan(ת – x) = - tan(x)** **c) tan(300) = -**  **tan(60)**
مستوى الإستدلال	**Let *f* (*x*) = *a* sin *b* (*x* – *c)* The graph of *f* is given below. find the value of *a*, *b* and *c*.** 	**The graph of *y* = *p* cos *qx* + *r*, for –5 ≤ *x*≤14, is shown below. There is a minimum point at (0, –3) and a maximum point at (4, 7). Find the value of p, q, r** 	**Let y = a tan (kx) is given below the curve passes through (2, 2), (-2, c). Fiind the value of a , k , c .** 

الصدق و الثبات:

عرض ٱلاختبار بصورته الأولية على عدد من المحكمين من المتخصصين في الرياضيات والمطلعين على نظرية (فان هيل) وممن درسوا الموضوعات الهندسية والاقترانات المثلثية، وأرفق مع الاختبار توضيح مفصل لمستويات (فان هيل) الأربعة، وذلك لمساعدة المحكمين على ٱتخاذ قرارات أكثر دقة. وبلغ عددهم (٨) محكمين، وطلب منهم عرض أرائهم وملاحظاتهم حول مدى ملائمة كل فقرة من فقرات الاختبار للٱقتران المثلثي الذي تقيسه من جهه، ومدى ملائمة كل فقرة لمستوى التفكير الهندسي الذي تقيسه من جهة اخرى. وتبعا لذلك تم إجراء التعديلات التي ٱقترحها المحكمون من حيث الحذف أو الإضافة أو التعديل لبعض الفقرات، وهذه الإجراءات ساهمت بالتأكد من توفر سمة صدق المحتوى للٱختبار. ولمزيد من ٱلٱطمئنان والتأكد تم تجريب ٱلٱختبار على عينة استطلاعية بلغ عددها (٣٠) طالبا وطالبة من خارج عينة الدراسة، اختيرت من طلبة الرياضيات في جامعة مجاورة لجامعة الزيتونة . وتم حساب صدق المحك للاختبار من خلال إيجاد معامل ارتباط بيرسون بين العلامات التي حصلت عليها العينة الاستطلاعية على ٱلٱختبار وعلاماتها في التحصيل الجامعي الممثلة بالمعدل التراكمي، اذ بلغ معامل ٱلٱرتباط (٠.٧٩) وهذا يدل على توفر سمة صدق المحك للاختبار.

وللتحقق من ثبات الاختبار تم ايجاد معامل ثبات كرونباخ ألفا للاتساق الداخلي لفقرات ٱلٱختبار كاملا من خلال استجابات طلبة العينة الاستطلاعية وكان يساوي (٠.٨٣). وأيضا تم حساب معامل ثبات كرونباخ ألفا لفقرات كل مستوى من مستويات التفكير الهندسي، ولكل مفهوم من مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة الداخلة في الاختبار. والجدول (٣) يوضح قيم معاملات الثبات التي تم حسابها.

جدول(٣)
معاملات ثبات الاتساق الداخلي لمستويات التفكير ولمفاهيم الاقترانات المثلثية
(جاس، جتاس، ظاس)

المستوى	معاما الثبات	المفهوم المثلثي	معامل الثبات
ادراكي	٠.٨١	جاس	٠.٨٣
تحليلي	٠.٧٨	جتاس	٠.٨١
ترتيبي	٠.٧٩	ظاس	٠.٧٧
استدلالي	٠.٨٢	....	......

يتضح من الجدول (٣) ان جميع القيم تؤكد وجود درجة مقبولة من الثبات وعليه تم تبني ٱلٱختبار بصورته النهائية بعد التأكد من مصداقيته ودقته.

الاجراءات

١- القيام بتقصي الأدب النظري المتعلق بالاقترانات المثلثية بشكل معمق، ثم البحث في كيفية ربط الإقترنات المثلثية بنظرية (فان هيل) واستغرق هذا العمل شهرين متواصلين، واحتاج ذلك لجهد كبير كون هذه القضية البحثية لم يتم دراستها مسبقا على المستويين العربي والعالمي.

٢- بناء أداة الدراسة والمتمثلة بٱلٱختبار الذي غطى مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة (جاس ، جتاس ، ظاس) بواقع (١٢) فقرة لكل مفهوم. وتوزعت أيضا فقرات ٱلٱختبار على المستويات الأربعة الأولى من مستويات (فان هيل) بواقع (٩) فقرات لكل مستوى.

٣- القيام بالتحقق من صدق ٱلٱختبار وثباته وفق اجراءات نوعية وكمية دقيقة ومقننة شملت لجنة المحكمين والعينة الاستطلاعية.

٤ – تطبيق ٱلٱختبار على طلبة عينة الدراسة في بداية الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ٢٠١٨/ ٢٠١٩ في جامعة الزيتونة الأردنية.

متغيرات ٱلدراسة

أولا- المتغيرات المستقلة:

١- مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة: جاس، جتاس، ظاس

٢- مستوى السنة الدراسية: ويتضمن أربعة مستويات هي: السنة الأولى، والسنة الثانية، والسنة الثالثة، والسنة الرابعة.

٣- مستوى التفكير الهندسي: ويتضمن أربعة مستويات هي: الإدراكي، والتحليلي، الترتيبي، وٱلٱستدلالي.

ثانيا: المتغيرات التابعة

أداء طلبة عينة الدراسة على اختبار مستويات التفكير الهندسي، والمتعلق بمفاهيم الاقترانات المثلثية قيد الدراسة.

نتائج الدراسة ومناقشتها

هدفت الدراسة الحالية الى تقصي الاختلاف في أداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير الهندسي المرتبط بالاقترانات المثلثية باختلاف مفهوم الإقتران المثلثي من جهة. والسنة الدراسية من جهة ثانية، ومستوى التفكير الهندسي من جهة ثالثة. وفيما يلي عرض لنتائج الدراسة ومناقشتها

١. النتائج المتعلقة بالسؤال الأول: **للإجابة عن السؤال الأول والمتعلق بمدى اختلاف أداء طلبة الرياضيات على أختبار مستويات التفكير الهندسي باختلاف ألأقتران المثلثي (جاس، جتاس، ظاس). حسبت المتوسطات الحسابية، وألأنحرافات المعيارية لأداء الطلبة على مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة، ويبين الجدول(٢) هذه النتائج علما أن العلامة القصوى لكل مفهوم(١٢).**

الجدول(٤):
المتوسطات الحسابية وألأنحرافات المعيارية لأداء الطلبة حسب ألأقتران المثلثي

الإقتران المثلثي	عدد الطلبة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
جاس(sin x)	١٧٥	٨.٣٤	١.٨٩
جتاس(cos x)	١٧٥	٧.٠٥	٢.٥٥
ظاس(tan x)	١٧٥	٦.٩٥	٢.١٢

ملاحظة: العلامة القصوى لكل اقتران مثلثي هي (١٢).

يتبين من الجدول(٢) وجود فروق ظاهرة بين المتوسطات الحسابية لنتائج الطلبة باختلاف مفهوم الإقتران المثلثي، ولتقصي الدلالة لاحصائية لهذه الفروق، استخدم تحليل التباين الأحادي ذي القياسات المتكررة، والجدول(٣) يوضح ذلك.

الجدول (٣): نتائج تحليل التباين الأحادي لأداء الطلبة حسب مستوى السنة الدراسية

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	الدلالة
بين الاقترانات	٨٨٥.٦٢	٢	٤٤٢.٨١	٢٣٠.٦٣	*٠.٠٠٠
بين الأفراد	٣٣٠٢.٥٢	١٧٤	١٨.٩٨		
الخطأ	٦٦٨.١٦	٣٤٨	١.٩٢		

***ذات دلالة اجصائية عند مستوى ($\propto = 0.05$)**

يتضح من الجدول(٣) وجود فروق ذات دلالة إحصائية في أداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير، تعزي (لمفهوم) الإقتران المثلثي، أي أن أداءهم يختلف بإختلاف الإقتران المثلثي(جاس، جتاس، ظاس). ولتقصي مصادر هذه الفروق، أستخدم اختبار أدنى فرق دال(فشر) Fisher)

Least Significant Difference(LSD) للفروقات الثنائية البعدية، ويوضح الجدول(٥) نتائج هذا الاختبار.

الجدول(٥):
نتائج ٱختبار أقل فرق دال للفروقات الثنائية البعدية لإداء الطلبة حسب ٱلأقتران المثلثي

الإقتران المثلثي	جاس (٨.٣٤)	جتاس (٧.٠٥)	ظاس (٦.٩٥)
جاس (٨.٣٤)	---	١.٢٩*	١.٣٩*
جتاس (٧.٠٥)	---	----	-----
ظاس (٦.٩٥)			

يبين الجدول(٥) وجود فروقات ثنائية ذات دلالة إحصائية($\propto = 0.05$) في أداء الطلبة ولصالح مفهوم (جاس) مقارنة مع كل من مفهومي (جتاس) و(ظاس)، وهذا يعني أن إجابات الطلبة على الأسئلة المرتبطة بمفهوم (جاس) كان أفضل من إجاباتهم على الأسئلة المرتبطة بمفهومي (جتاس و ظاس).

ويمكن تفسير هذه النتيجة الى أن مفهوم (جاس) هو أول مفهوم من مفاهيم الاقترانات المثلثية يقوم المعلمون بطرحه للطلبة، وبنفس الوقت فانه ينال إهتماما أكثر من غيره من قبل المعلمين والطلبة، مما يجعله أكثر الفة وقربا من الطلبة، اذ إعتادوا على التعامل معه بمرحلة مبكره خلال دراستهم للرياضيات في المستوى المدرسي.

عدا ذلك ربما تفسر هذه النتيجة الى أن أغلبية التطبيقات العملية على الاقترانات المثلثية (مثل تطبيقات: المسافة، والسرعة، والتسارع، المشتقة، والتزايد والتناقص، ...الخ) تكون مرتبطة بمفهوم (جاس) أكثر من ارتباطها بالمفاهيم المثلثية الأخرى وهذا تبين بشكل واضح عند رجوع الباحث لكتب الرياضيات المدرسية والجامعية على حد سواء. مما أتاح للطلبة الفرص الكافية للتعمق بمفهوم (جاس) على حساب مفهومي(جتاس و ظاس)، وعليه فان هذه النتيجة الهامة تكشف للمختصين والتربويين(مؤلفو الكتب) السبب وراء قصور وضعف الطلبة في تعلم مفهمومي (جتاس وظاس) مقابل مفهوم (جاس)، وتقدم لهم الحلول لتجاوز هذه الإشكالية بدعوتهم الى ضرورة إجراء توازنات منطقية خلال تأليفهم لكتب الرياضيات المدرسية بحيث يتم مراعاة توزيع الأنشطة والتمارين التطبيقية بشكل متساو على مفاهيم الاقترانات المثلثية الثلاثة .

ويمكن أيضا تفسير هذه النتيجة من خلال ربطها بطرق التدريس التقليدية التي تستخدم في تدريس مفهومي(جتاس وظاس) حيث يتم تدريسهما في أغلب الاحيان من

منظور جبري مستند على القوانين والاجراءات الحسابية الروتينية، بينما أسئلة الاختبار التي تعرض له الطلبة في هذه الدراسة تمحورت حول مقدرة الطلبة على تقصي بنية المفاهيم المثلثية من منظور هندسي. ولعل ذلك يتفق مع ما توصل اليه ديجارنتي .Dejarnette (2014) ودمير (Demir,2012) بإن استخدام الرسومات والإشكال الهندسية في تدريس الإقترانات المثلثية يسهل تعلم الطلبة لها، ويحدث تطورا في فهمها. وبخلاف ذلك فأن الطلبة يواجهون صعوبات حقيقية خلال تعلمهم الاقترانات المثلثية .(Mensah, 2017)منساه وهذا ما أكد عليه

٢ - النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني: **للإجابة عن السؤال الثاني والمتعلق بمدى اختلاف أداء طلبة الرياضيات على اختبار مستويات التفكير الهندسي باختلاف مستوى السنة الدراسية (أولى، ثانية، ثالثة، رابعة). حسبت المتوسطات الحسابية، وٱلٱنحرافات المعيارية لإجابات الطلبة على اختبار مفاهيم الاقترانات المثلثية حسب مستوى السنة الدراسية، وكانت العلامة الكلية للاختبار (٣٦). ويبين الجدول (٥) هذه النتائج.**

الجدول (٦)

المتوسطات الحسابية وٱلٱنحرافات المعيارية لأداء الطلبة حسب مستوى السنة الدراسية

السنة الدراسية	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
سنة أولى	٤٥	١٩.٣٤	٣.٤٤
سنة ثانية	٤٣	٢٠.٧٥	٤.٦٧
سنة ثالثة	٤٤	٢٣.٢١	٣.١١
سنة رابعة	٤٣	٢٥.٤٥	٢.٩٤

العلامة القصوى للٱختبار كاملا (٣٦)

يتضح من الجدول (٦) وجود فروق ظاهرة بين المتوسطات الحسابية بٱختلاف مستوى السنة الدراسية، ولتقصي الدلالة الاحصائية للفروق أستخدم تحليل التباين الأحادي ذي القياسات المتكررة وتبين وجود فروق ذات دلالة احصائية (٠.٠٥=∝) في إجابات الطلبة على ٱختبار مفاهيم الاقترانات المثلثية، تعزى للسنة الدراسية؛ أي أن إجابات الطلبة تختلف باختلاف السنة الدراسية (أولى، ثانية، ثالثة، رابعة). وللكشف عن مصدر هذه الفروق أستخدم اختبار أقل فرق دال (فشر) (LSD) للمقارنات الثنائية البعدية كما هو موضح في الجدول (٧).

الجدول (٧)
نتائج اختبار أقل فرق دال (فشر) لأداء الطلبة حسب السنة الدراسية

السنة الدراسية	أولى (١٩.٣٤)	ثانية (٢٠.٧٥)	ثالثة (٢٣.٢١)	رابعة (٢٥.٤٥)
أولى (١٩.٣٤)	--	--	--	--
ثانية (٢٠.٧٥)	١.٤١*			
ثالثة (٢٣.٢١)	٣.٨٧*	٢.٤٦*		
رابعة (٢٥.٤٥)	٦.١١*	٤.٧٠*	٢.٢٤*	--

يتبين من الجدول (٦) الى أن اتجاه الدلالة كان لصالح طلبة السنة الرابعة مقارنة مع طلبة السنوات الأولى والثانية والثالثة، ثم لصالح طلبة السنة الثالثة مقارنة مع طلبة السنة الاولى والثانية، ثم لصالح طلبة السنة الثانية مقارنة مع طلبة السنة الاولى. وهذه النتائج توضح أن اداء الطلبة على اختبار مستويات التفكير الهندسي المتعلق في الاقترانات المثلثية كان الافضل عند طلبة السنوات الأعلى مقابل طلبة السنوات الأدنى. ويمكن تفسير هذه النتائج بأن طلبة قسم الرياضيات في السنة الاولى غالبا ما تكون المواد التي يأخذها الطلبة هي مواد من متطلبات الجامعة من خارج قسم الرياضيات، وفي مقابل ذلك فأنهم في السنوات اللاحقة يتعمقون بمواد التخصص بشكل تدريجي فتكون مواد السنة الثانية أكثر عمقا من الأولى، ومواد السنة الثالثة أكثر عمقا من مواد السنة الثانية وهكذا يستمر الأمر مما يؤدي ذلك الى تطور التفكير الرياضي لدى الطلبة سنة بعد سنة وهذا بدوره ينعكس ايجابيا على مستوى التفكير الهندسي لديهم وعلى قدرتهم على التعامل مع مفاهيم الاقترانات المثلثية متفقا ذلك مع نتائج دراسة (النمراوي (٢٠١٤) ودراسة مارجي (Marchi,2012).

وربما تفسر هذه النتيجة أيضا الي أن موضوع الاقترانات المثلثية يشكل قاسما مشتركا في كثير من الموضوعات الرياضية في المرحلة الجامعية و غالبا ما يظهر في العديد من المساقات الجامعية التطبيقية مثل:(المعادلات التفاضلية، والجزئية، والرياضيات التطبيقية..والخ) وهذه المواد غالبا ما تطرح في سنوات متقدمة من دراسة الطلبة وبذلك مع مرور الزمن يتراكم لدى الطلبة المعرفة العميقة والوافية بالاقترانات المثلثية مما أسهم في تطور فهمهم لها بشكل مستمر. وهذه يتفق مع دراسة منساه (Mensah, 2017) التي أكدت على أن اخطاء الطلبة في الاقترانات المثلثية تقل ويصبح الطلبة أكثر فهما وآستيعابا لهذا الموضوع مع تقدمهم في سنوات الدراسة الجامعية.

وأخيرا يمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء أن الطلبة كلما تقدموا في الجامعة أكثر(سنة بعد سنة) تتاح لهم فرص أكثر لممارسة خبرات واسعة في مجال الهندسة والبرهان وهذه الخبرات طورت من مقدرتهم على التعامل مع الاقترانات المثلثية وهذا يتفق مع ما أكد عليه أيدن وهالات (Aydin &Halat, 2009) من أن مساقات -الإثبات والبراهين- تساعد الطلبة على فهم وآستيعاب الاقترانات المثلثية بطريقة مفاهيمة.

٣ - النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث: للإجابة عن السؤال الثالث والمتعلق بمدى اختلاف أداء طلبة الرياضيات على اختبار مستويات التفكير الهندسي باختلاف مستوى التفكير الهندسي(ادراكي، تحليلي، ترتيبي، آستدلالي) حسبت المتوسطات الحسابية، والانحرافات المعيارية لأداء الطلبة على كل مستوى من مستويات التفكير الهندسي في الاقترانات المثلثية، ويبين الجدول(٧) هذه النتائج علما أن العلامة القصوى لكل مستوى(٩).

الجدول رقم (٨):
المتوسطات الحسابية وآلآنحرافات المعيارية لأداء الطلبة
حسب مستويات التفكير الهندسي

مستوى التفكير	عدد الطلبة	المتوسط الحساب	الإنحراف المعياري
المستوى الإدراكي	١٧٥	٨.٤٢	٠.٨٦
المستوى التحليلي	١٧٥	٧.٢٣	١.٢٠
المستوى الترتيبي	١٧٥	٥.٠٤	١.٧٥
المستوى آلآستدلالي	١٧٥	٣.٣٢	٠.٩٦

* العلامة القصوى لكل مستوى(٩).

يظهر من الجدول رقم(٧) وجود فروق ظاهرة بين المتوسطات الحسابية للطلبة باختلاف مستوي التفكير الهندسي، وتبعا لذلك استخدم تحليل التباين الأحادي ذي القياسات المتكررة لأداء الطلبة حسب مستويات التفكير الهندسي وتبين وجود فروق ذات دلالة احصائية (α =٠.٠٥) في أداء الطلبة على الاختبار تعزى لمستوى التفكير الهندسي (إدراكي، تحليلي، ترتيبي، استدلالي). وأستخدم اختبار(فشر) (LSD) للكشف عن مصادر الفروق الثنائية البعدية ويوضح الجدول رقم (٩) نتائج هذا الاختبار.

جدول (٩)

نتائج اختبار فشر (LSD) للفروقات الثنائية البعدية لأداء الطلبة حسب مستويات التفكير الهندسي في الاقترانات المثلثية

المستوى	إدراكي (٨.٤٢)	تحليلي (٧.٢٣)	ترتيبي (٥.٠٤)	إستدلالي (٣.٣٢)
إدراكي(٨.٤٢)	=	=	=	=
تحليلي (٧.٢٣)	١.١٩*	=	=	=
ترتيبي (٥.٠٤)	٣.٣٨*	٢.١٩*	=	=
إستدلالي (٣.٣٢)	٥.١٠*	٣.٩١*	١.٧٢*	=

يوضح الجدول (٩) وجود فروقات ثنائية ذات دلالة إحصائية في أداء الطلبة على المستوى الإدراكي من جهة، وكل من المستويات (التحليلي والترتيبي والاستدلالي) من جهة اخري، وجميعها لصالح المستوى الإدراكي. كذلك يتضح وجود فروقات لصالح المستوى التحليلي مقابل كل من المستويين الترتيبي والاستدلالي، كما وجد فرق ذو دلالة إحصائية لصالح المستوى الترتيبي مقابل المستوى الاستدلالي. وٱتفقت نتائج هذه الدراسة مع دراسة كل من (نمراوي،٢٠١٤)، (وخصاونة،٢٠٠٧).

ويمكن تفسير هذه النتائج بالعودة للطبيعة الهرمية لمستويات التفكير الهندسي وفق نظرية (فان هيل) من حيث ٱعتماد كل مستوى على المستويات ٱلسابقة له، فالطالب لا يستطيع أن يتقن مستوى دون أن يكون قد أتقن ٱلمستويات السابقة له. وان ذلك يجعل ٱلمستويات الأدنى أكثر سهولة من المستويات الأعلى فمثلا المستوى الرابع(الاستدلالي) يحتاج لمعارف تراكمية عميقة، ويحتاج من الطلبة القدرة على الاستدلال من معلومات معطاه، والقدرة على استخدام المنطق والبرهان، ولعل ذلك ساهم بتفوق الطلبة في المستويات الدنيا على حساب المستويات العليا (Aydin & Halat,2010) . ويمكن تبرير هذه النتيجة بأن المستوى الإدراكي يتضمن أدنى مستويات التفكير الهندسي في موضوع الاقترانات المثلثية أذ كان من السهل على الطلبة تحديد وتسمية المنحنى الهندسي المتعلق باقترانات (جاس، جتاس، ظاس) مما جعل أداء الطلبة هو الأفضل في هذا المستوى وبمتوسط (٨.٤٢) ، وأيضا تمكن كثير منهم من الوصول للمستوى التحليلي، إذ استطاعوا تحديد خواص منحنيات (جاس، جتاس، ظاس)، ثم تبين من خلال أداء الطلبة في المستوى الثالث (الترتيبي) انهم واجهوا صعوبات في تحديد العلاقات والترابطات والاختلافات بين منحنيات(جاس، جتاس ، ظاس)، وأخير دلت النتائج على وجود ضعف كبير لدى الطلبة في المستوى الرابع (الاستدلالي)، إذ كان اداؤهم هوا الادنى من بين جميع المستويات وبمتوسط

مقداره (٣.٣٢) . وقد يفسر ذلك بأن المعلمين يركزون في تدريسهم على المستويات الدنيا من التفكير التي تستند على الحفظ والتذكر بعيدا عن تركيزهم على مهارات التفكير العليا التي تستند على تطوير مقدرة الطلبة على استخدام المنطق واستنتاج الافكار الخلاقة في بيئة صفية يسودها الرغبة في التحدي ويتفق مع العديد من الدراسات التي بينت أن الطلبة غالبا ما يتقنون المستويات الدنيا ويواجهون صعوبات في اتقان المستويات العليا (النمراوي،٢٠١٤؛ الخصاونة، ٢٠٠٧ Duatepe,2000; Knight,2006; Wang & Kinzel, 2014).

التوصيات:

في ضوء نتائج الدراسة يوصي الباحث بما يلي:

1. **العمل على تدريس موضوع الاقترانات المثلثية من خلال الربط بين المنظور الجبري والمنظور الهندسي وعدم ألاقتصار على عرضه بالطريق التقليدية المتمحورة حول ألقوانين والعلاقات الجبرية المجردة.**
2. **توظيف نظرية (فان هيل) في تدريس المواضيع الرياضية المختلفة للمساعدة في تطوير التفكير الهندسي لدى الطلبة.**
3. **إعادة النظر في دور كليات التربية في إعداد معلمي الرياضيات ومنحها دورا محوريا في ذلك ، وعدم ألاقتصار على الكليات العلمية فقط كما هو معمول به حاليا في الاردن.**

المراجع

أولاً: المراجع العربية

خصاونة، أمل (٢٠٠٧). مستويات التفكير في الهندسة الفضائية لدى طلبة الصف العاشر. المجلة الأردنية في العلوم التربوية، ٣(١)، ١١-٣٢.

نمراوي، زياد (٢٠١٤). مستويات التفكير الهندسي في القطوع المخروطية لدى طلبة قسم الرياضيات في جامعة الزيتونة الأردنية، المجلة التربوية (الكويت)، ٢٨(١١١)، ٤٠٧-٤٣٤.

حسن، حيدر (٢٠١٥). مستويات التفكير الهندسي لدى طلبة قسم الرياضيات في كلية التربية/ جامعة بغداد، مجلة الأستاذ، ٢(٢١٤)،٣٤٥- ٣٦٣.

تميمي، فراس(٢٠٠٧). أثر تدريس الرياضيات وفقا لّاستراتيجيات فان هيل في التحصيل وتنمية التفكير الهندسي لدى طلبة المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان ، الأردن.

ثانياً: المراجع العربية

Aydin, N. & Halat, E. (2009). The Impacts of Undergraduate Mathematics Courses on College Students' Geometric Reasoning Stage. *The Montana Mathematics Enthusiast*. 6(2), 151-164.

Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In . Lester. (ED). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, (pp. 843-908). NCTM, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dejarnette, A. (2018). Students' Conceptions Sine and Cosine Function When Representing Periodic Motion in Visual. *Journal of Research in Math Education.* 49(4), 390-423.

Demir, O. (2012). Student Concept Development And Understanding of Sine and Cosine Functions. Unpublished Thesis. Universiteit Van Amsterdam.

Duatepe, A. (2000). The Need for an Inclusive Framework for Students' Thinking in School Geometry.*TMME*. 14(1), 73-81.

Gur, H. (2009). Trigonometry Learning. *New Horizons in Education*. 57 (1), 67-80.

Knight, k. (2006). An Investigation into the Change in The Van Hiele Level of Understanding Geometry of Pre-service Elementary and Secondary Mathematics Teachers. Unpublished Thesis. University of Main.

Marchi, D. (2012). A study of Student Understanding of the Sine Function through Representations and the Process and Object Perspectives. Unpublished MA Thesis. The Ohio State University.

Mason, M. (1997). The van Hiel Model of Geometric

Understanding and Mathematically Talented Students. *Journal for Education of the Gifted*. 21(1), 39-53.

Meng, C. & Sam, L. (2013). Enhancing Primary Pupils Geometric Thinking Through Phase-Based Instruction Using the Geometric Sketchpad. *Asia Pacific Journal of Educators and Education*. 28, 33-51.

Mensah, F. (2017). Ghanaian senior high school students' error in learning of trigonometry. *International Journal of Environment & Science Education*. 12(8), 1709-1717.

Orhun, N. (2015). *Students Mistakes and Misconception on Teaching of Trigonometry*. 1st ed. Web. 14 Jan 2015.

Patsiomitou , S. & Emvalotis, A. (2010). Students Movement Through Van Hiel in a Dynamic Geometry Guided Reinvention Process. *Journal of Mathematics and Technology*. 23(2), 18-48.

Usman, M. & Hussaini, M. (2017). Analysis of Students Error in Learning Of Trigonometry among Senior Secondary School Students in Zaria Metropolis, Nigeria. Journal of Mathematics. 13(2), 01- 04.

Van Hiel, P.(1999). Developing Geometric Thinking through Activities That Being With Play. *Teaching Children Mathematics*. 5(6), 310- 316.

Wang, S. & Kinzel, M. (2014). How do they know it is a barallelgram? Analysing geometric discourse at van hill level 3. *Research in Mathematics Education*. 16(3), 288- 305.

Weber, K. (2005). Students' understanding of Trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*. 17(3), 91-112.